DODATEK DO Przykładu 1

W oryginalnym przykładzie **relacja cen** odzwierciedla następującą technologie produkcji dóbr:

$$\begin{cases} p_x = p_L = 1 \\ p_y = 2p_L = 2 \end{cases}$$

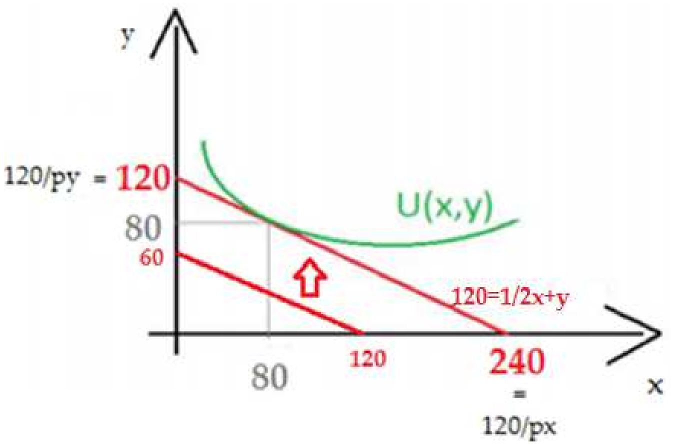
1) Do czego doprowadzi zmiana relacji między P_L a cenami dóbr przy niezmienionej relacji P_X/P_Y:

$$\begin{cases} p_x = \frac{1}{2}p_L = \frac{1}{2} \\ p_y = p_L = 1 \end{cases} \quad ?$$

ROZWIĄZANIE

Dwukrotnie powiększyły się możliwości produkcyjne:

Z ½ jednostki L --> można wytworzyć 1 jednostki X
Z 1 jednostki L --> można wytworzyć 1 jednostki Y



Powstanie nowe ograniczenie budżetowe, przy niezmienionym MRS, czyli Y=X:

$$p_x\, x + p_y\, y = 120$$

$$\frac{1}{2}p_L\, x + p_L\, x = 120$$

$$\frac{3}{2}\, p_L\, x = 120$$

$$\frac{3}{2}x = 120$$

$$\textbf{Wynik :} \quad \begin{cases} \boldsymbol{x = 80} \\ \boldsymbol{y = 80} \end{cases}$$

ZMIANA W MPSGE :

```
$PROD:X
        O:PX    Q:1
        I:PL    Q:(1/2)
$PROD:Y
        O:PY    Q:1
        I:PL    Q:1
```

WYNIK :

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**80.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**80.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	0.500	+INF	.
---- VAR PY	.	1.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

Wniosek: zmiana technologii produkcji wpływa na zmianę relacji cen (nachylenie izokoszty i linii budżetu), czyli przeskalowuje optymalne ilości dóbr, ale nie zmienia ich proporcji.

2) Jak przy nowej relacji cen otrzymać pierwotny wynik X=40 i Y=40?

ROZWIĄZANIE

Zmieńmy technologię produkcji na następującą:

Z ½ jednostki L **-->** można wytworzyć ½ jednostki X

Z 1 jednostki L **-->** można wytworzyć ½ jednostki Y

$$\begin{cases} \frac{1}{2}p_x = \frac{1}{2}p_L = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}p_y = p_L = 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_x = p_L = 1 \\ p_y = 2p_L = 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \text{ przeskalowanie pierwotnej technologii}$$

Ograniczenie budżetowe też musi zostać odpowiednio przeskalowane:

pierwotne	**nowe**
$p_x\,x + p_y\,y = 120$	$\frac{1}{2}p_x x + \frac{1}{2}p_y y = \frac{1}{2}120$
$p_L\,x + 2p_L\,x = 120$	$\frac{1}{2}p_L x + p_L x = 60$
$3\,p_L\,x = 120$	$\frac{3}{2}\,p_L\,x = 60$
$3x = 120$	$\frac{3}{2}x = 60$

$$\textbf{Wynik:} \begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 40} \end{cases}$$

ZMIANA W MPSGE :

```
$PROD:X
        O:PX        Q:(1/2)
        I:PL        Q:(1/2)
$PROD:Y
        O:PY        Q:(1/2)
        I:PL        Q:1

$DEMAND:RA          s:1
        E:PL        Q:60
        D:PX        Q:1         P:(1/2)
        D:PY        Q:1         P:1
```

WYNIK :

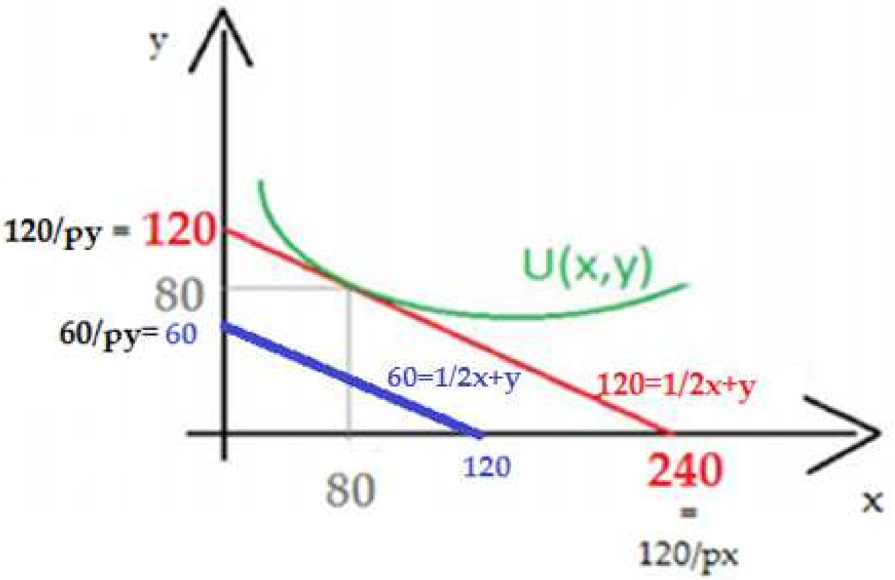
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**40.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**40.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	60.000	+INF	.

Wniosek: zmiana relacji między P_L a cenami dóbr przy zachowaniu oryginalnej technologii produkcji dóbr wiąże się z przeskalowaniem zasobu początkowego konsumentów.

3) Co się stanie jeśli przy nowej relacji cen i przeskalowanej technologii produkcji <u>nie</u> przeskalować zasobu początkowego?

ROZWIĄZANIE

Gdybyśmy nie przeskalowali budżetu, dostosowując go do nowej normalizacji cen, otrzymalibyśmy inny wynik.



$$\frac{1}{2}p_L x + p_L x = 120$$

$$\frac{3}{2}p_L x = 120$$

$$\frac{3}{2}x = 120$$

$$\textbf{Wynik}: \begin{cases} x = 80 \\ y = 80 \end{cases}$$

ZMIANA W MPSGE :

```
$PROD:X
        O:PX      Q:(1/2)
        I:PL      Q:(1/2)
$PROD:Y
        O:PY      Q:(1/2)
        I:PL      Q:1

$DEMAND:RA        s:1
        E:PL      Q:120
        D:PX      Q:1      P:(1/2)
        D:PY      Q:1      P:1
```

WYNIK :

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**80.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**80.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

Wniosek: Przeskalowanie technologii produkcji dóbr przy niezmienionym zasobie początkowym czynników produkcji oznacza ponowne przeskalowanie optymalnej ilości dóbr.

4) Porównać alternatywne technologie produkcji dóbr dla f. Cobba-Douglasa:

$U(x,y) = xy^2 \quad => \quad MRS_{xy} = \frac{y}{2x} = \frac{p_x}{p_y} \quad => \quad MRS_{xy}(1,1) = \frac{1}{2}$

Przypadek 1: $\boldsymbol{p_x = \frac{1}{2} p_y}$ **Przypadek 3:** $\boldsymbol{p_x = 2\, p_y}$

Przypadek 2: $\boldsymbol{p_x = p_y}$ **Przypadek 4:** $\boldsymbol{p_x = 4\, p_y}$

ROZWIĄZANIE

Przypadek 1: $\boldsymbol{p_x = \frac{1}{2} p_y}$,czyli wersja oryginalna EXAMPLE 1

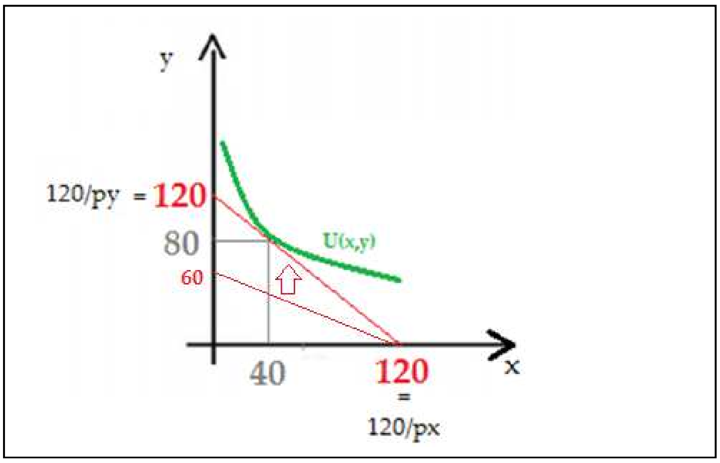
$$\begin{cases} p_x = p_L = 1 \\ p_y = 2p_L = 2 \end{cases} => \quad \frac{y}{2x} = \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2} \quad => \quad \boldsymbol{y^* = x^*} \quad => \quad \textbf{Wynik}: \begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 40} \end{cases}$$

Przypadek 2: $\boldsymbol{p_x = p_y}$

$$\begin{cases} p_x = p_L = 1 \\ p_y = p_L = 1 \end{cases} => \quad \frac{y}{2x} = \frac{p_x}{p_y} = 1 \quad => \quad \boldsymbol{y^* = 2\, x^*} \quad => \quad p_x\, x + p_y\, y = 120$$

$p_l\, x + p_l\, 2x = 120$
$3p_l\, x = 120$
$3x = 120$

$$\textbf{Wynik}: \begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 80} \end{cases}$$



ZMIANA W MPSGE :

```
$PROD:X
          O:PX      Q:1
          I:PL      Q:1
$PROD:Y
          O:PY      Q:1
          I:PL      Q:1
$DEMAND:RA          s:1
          E:PL      Q:120
           D:PX      Q:1       P:(1/2)
           D:PY      Q:1       P:1
```

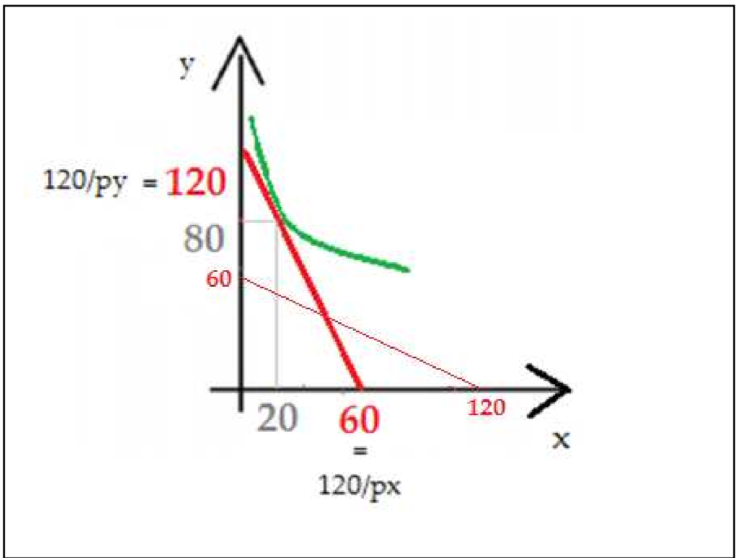
WYNIK :

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**40.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**80.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	1.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

Przypadek 3: $\boldsymbol{p_x = 2\, p_y}$

$$\begin{cases} p_x = 2p_L = 2 \\ p_y = p_L = 1 \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{y}{2x} = \frac{p_x}{p_y} = 2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{y^* = 4\,x^*} \quad \Rightarrow \quad p_x\,x + p_y\,y = 120$$

$$2p_L\,x + p_L\,4x = 120$$
$$6\,p_L\,x = 120$$
$$6x = 120$$



$$\text{Wynik}: \begin{cases} \boldsymbol{x = 20} \\ \boldsymbol{y = 80} \end{cases}$$

ZMIANA W MPSGE :

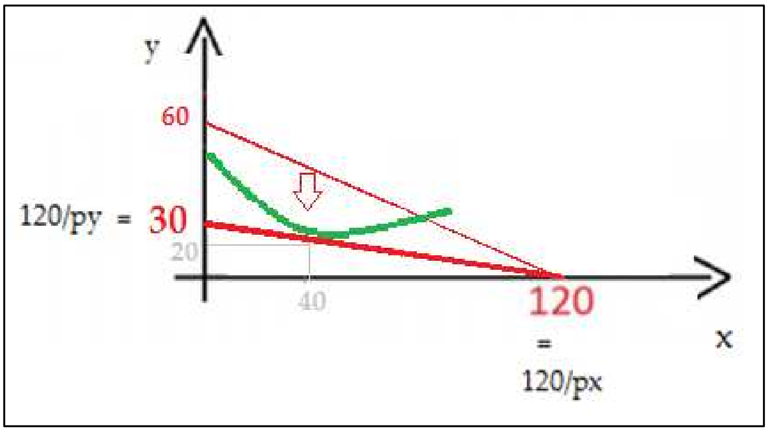
```
$PROD:X
          O:PX      Q:1
          I:PL      Q:2
$PROD:Y
          O:PY      Q:1
          I:PL      Q:1
$DEMAND:RA          s:1
          E:PL      Q:120
           D:PX      Q:1       P:(1/2)
           D:PY      Q:1       P:1
```

WYNIK :

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**20.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**80.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	2.000	+INF	.
---- VAR PY	.	1.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

Przypadek 4: $\boldsymbol{p_x = \frac{1}{4}\,p_y}$

$$\begin{cases} p_x = p_L = 1 \\ p_y = 4p_L = 4 \end{cases} \quad => \quad \frac{y}{2x} = \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{4} \quad => \quad y^* = \frac{1}{2}x^* \quad => \quad p_x\,x + p_y\,y = 120$$



$$p_L\,x + 4p_L \cdot \frac{1}{2}\,x = 120$$

$$3\,p_L\,x = 120$$

$$3x = 120$$

$$\textbf{Wynik:} \begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 20} \end{cases}$$

ZMIANA W MPSGE :

```
$PROD:X
          O:PX      Q:1
          I:PL      Q:1
$PROD:Y
          O:PY      Q:1
          I:PL      Q:4
$DEMAND:RA          s:1
          E:PL      Q:120
           D:PX      Q:1        P:(1/2)
           D:PY      Q:1        P:1
```

WYNIK :

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**40.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**20.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	4.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

Wniosek: Jeśli $U(x,y) = xy^2$ => konsument preferuje Y dwa razy bardziej od X pod warunkiem $p_x = p_y$. Jednak w przypadku zróżnicowanych cen jego preferencje ulegają zmianie:

- Cena X jest dwa razy mniejsza: $\boldsymbol{p_x = \frac{1}{2}p_y}$ => **y=x** (kupi tyle samo X co Y)
- Ceny są jednakowe: $\boldsymbol{p_x = p_y}$ => **y=2x** (kupi 2 razy więcej Y od X)
- Cena X jest dwa razy większa: $\boldsymbol{p_x = 2p_y}$ => **y=4x** (kupi 4 razy więcej Y od X)
- Cena X jest cztery razy mniejsza: $\boldsymbol{p_x = \frac{1}{4}p_y}$ => **y=$\frac{1}{2}$ x** (kupi 2 razy mniej Y od X)

DODATEK DO Zadania 1C

Numéraire - dobro za pomocą którego wyznacza się ceny innych dóbr. W praktyce cenie jednego dobra przypisujemy wartość=1, wtedy cena numeraire wyznacza cenę względna, która mierzy względną wartość innych dóbr.

MPSGE wyznacza numeraire automatycznie jako dochód najbogatszego konsumenta, czyli RA.FX=120.

W równowadze zmiana niumeraire z RA.FX=120 na Py.FX=1 <u>nie</u> wpływa na optymalną ilość dóbr:

$$\begin{cases} p_x = p_L = \frac{1}{2} p_y = 1 \\ p_y = 2p_L = 2 \\ RA = 120 = const \end{cases}$$

zmiana na $p_y = 1 = const$ =>

$$\begin{cases} p_x = p_L = \frac{1}{2} p_y = \frac{1}{2} \\ p_y = 2p_L = 1 = const \\ RA = 120\frac{1}{2} = 60 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$p_x\,x + p_y\,y = 120$$
$$x + 2y = 120$$
$$3x = 120$$

Wynik : $\begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 40} \end{cases}$

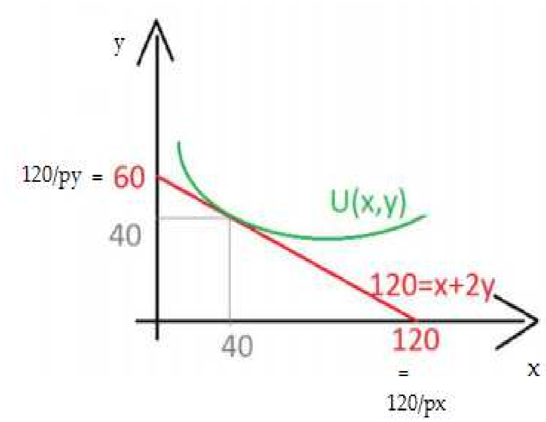
Zasób początkowy i wszystkie ceny są wyrażone w jednostkach *RA*, ponieważ RA-numeraire.

$\Downarrow$

$$p_x\,x + p_y\,y = 60$$
$$\frac{1}{2}x + y = 60$$
$$\frac{3}{2}x = 60$$

Wynik : $\begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 40} \end{cases}$

Zasób początkowy i wszystkie ceny są wyrażone w jednostkach p_y, ponieważ Y-numeraire.



To ile jednostek X lub Y odpowiada 120 jednostkom L możemy wywnioskować z treści zadania lub odczytać z wykresu (punkty przecięcia linii budżetu z osiami):

x=0 => y=60 - równoważne 60 jednostkom L

y=0 => x=120 - równoważne 120 jednostkom L.

6) Jak zmiana numeraire na Px.FX=1 wpłynie na wynik:

ROZWIĄZANIE

$$\begin{cases} p_x = p_L = \frac{1}{2} p_y = 1 = const \\ p_y = 2p_L = 2 \\ RA = 120 \end{cases} \quad => \quad p_x\, x + p_y\, y = 120$$

Zasób początkowy i wszystkie ceny są wyrażone teraz w jednostkach p_x, ponieważ X-numeraire.

$$x + 2y = 120$$
$$3x = 120$$

Wynik : $\begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 40} \end{cases}$

ZMIANA W MPSGE :

```
$OFFTEXT
$SYSINCLUDE mpsgeset DEMAND
PX.FX = 1;

$INCLUDE DEMAND.GEN
SOLVE DEMAND USING MCP;
```

WYNIK :

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**40.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**40.000**	+INF	.
---- VAR PX	1.000	1.000	1.000	EPS
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

Wniosek: (i) Wybór numeraire nie wpływa na optymalną ilość dóbr i na stosunek cen, lecz wyłącznie przeskalowuje ceny i dochody. **(ii)** Jeśli numeraire jest ceną, której poziom w punkcie optimum był 1, to wynik będzie identyczny z ustaleniem dochodu konsumenta jako numeraire.

ZADANIE 1D (nowe):

Jak zmiana dochodu (zasobu początkowego) ze 120 na 180 jednostek pracy wpłynie na ceny dóbr?

<u>**Przypadek oryginalny**</u>: $MRS(1,1) = \frac{1}{2}$

<u>**Przypadek alternatywny**</u>: $MRS(1,1) = \frac{1}{4}$

ROZWIĄZANIE

Zmiana dochodu konsumenta:

$\Delta_E = \frac{180-120}{120} * 100\% = \frac{60}{120} * 100\% = 50\%$ => dochód wzrósł o 50%

- <u>Przypadek oryginalny:</u>

$MRS_{xy} = \frac{1}{2}$ => $U(x,y) = xy^2$ => $MRS_{xy} = \frac{y}{2x}$

$\frac{p_x}{p_y} = \frac{p_L}{2p_L} = \frac{1}{2} = \frac{y}{2x}$ => $\underline{\boldsymbol{y^* = x^*}}$

Przy budżecie równym 120 L:

$$p_x\, x + p_y\, y = 120$$
$$p_L\, x + 2p_L \cdot x = 120$$
$$3\, p_L\, x = 120$$
$$3x = 120$$

$$\textbf{Wynik}: \begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 40} \end{cases}$$

Przy budżecie równym 180 L:

$$p_x\, x + p_y\, y = 180$$
$$p_L\, x + 2p_L \cdot x = 180$$
$$3\, p_L\, x = 180$$
$$6\ \ x = 180$$

$$\textbf{Wynik}: \begin{cases} \boldsymbol{x = 60} \\ \boldsymbol{y = 60} \end{cases}$$

$$\Delta_x = \frac{60-40}{40} * 100\% = \frac{20}{40} * 100\% = 50\%$$
$$\Delta_y = \frac{60-40}{40} * 100\% = 50\%$$

ZMIANA W MPSGE :

```
$DEMAND:RA      s:1
        E:PL    Q:180
         D:PX    Q:1      P:(1/2)
         D:PY    Q:1      P:1
```

WYNIK :

```
               LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- VAR X       .       60.000    +INF       .
---- VAR Y       .       60.000    +INF       .
---- VAR PX      .        1.000    +INF       .
---- VAR PY      .        2.000    +INF       .
---- VAR PL      .        1.000    +INF       .
---- VAR RA      .      180.000    +INF       .
```

- Przypadek alternatywny:

$MRS_{xy} = \frac{1}{4}$ => $U(x,y) = xy^4$ => $MRS_{xy} = \frac{y}{4x}$

$\frac{p_x}{p_y} = \frac{p_L}{2p_L} = \frac{1}{2} = \frac{y}{4x}$ => $\underline{\boldsymbol{y^* = 2x^*}}$

Przy budżecie równym 120 L:	**Przy budżecie równym 180 L:**
$p_x\,x + p_y\,y = 120$ $p_L\,x + 2p_L \cdot 2x = 120$ $5\,p_L\,x = 120$ **Wynik :** $\begin{cases} \boldsymbol{x = 24} \\ \boldsymbol{y = 48} \end{cases}$	$5\,p_L\,x = 180$ $5\;x = 180$ **Wynik :** $\begin{cases} \boldsymbol{x = 36} \\ \boldsymbol{y = 72} \end{cases}$ $\Delta_x = \frac{36-24}{24} * 100\% = \frac{12}{24} * 100\% = 50\%$ $\Delta_y = \frac{72-48}{48} * 100\% = \frac{24}{48} * 100\% = 50\%$

ZMIANA W MPSGE :

```
$DEMAND:RA      s:1
        E:PL    Q:180
         D:PX    Q:1     P:(1/4)
         D:PY    Q:1     P:1
```

WYNIK :

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**36.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**72.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	**180.000**	+INF	.

Wniosek: (i) Zmiana dochodów konsumentów nie ma wpływu na ceny w ujęciu realnym (względne). **(ii)** Popyt na każde dobro zmienia się wprost proporcjonalnie do wzrostu dochodu (wyjątkiem są preferencje quasi-liniowe).